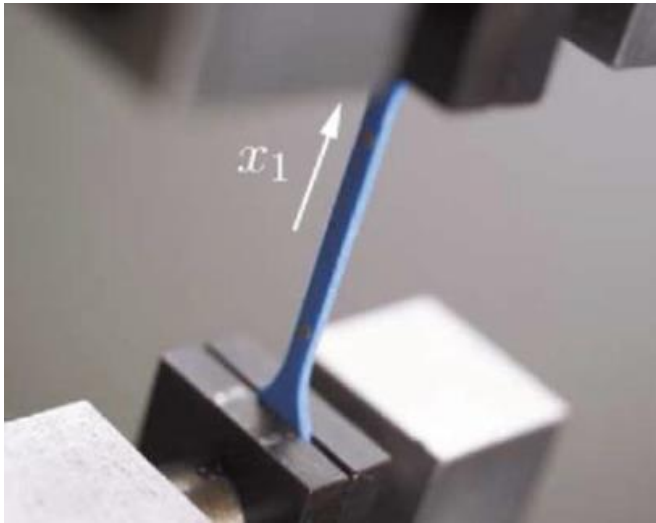


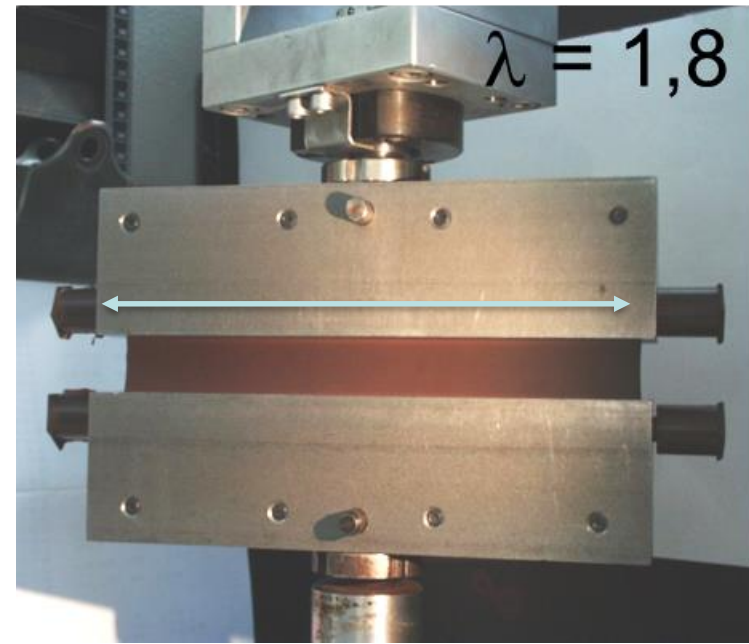


Hyperelastizität – Ergänzung zu **Skript S. 21-25**

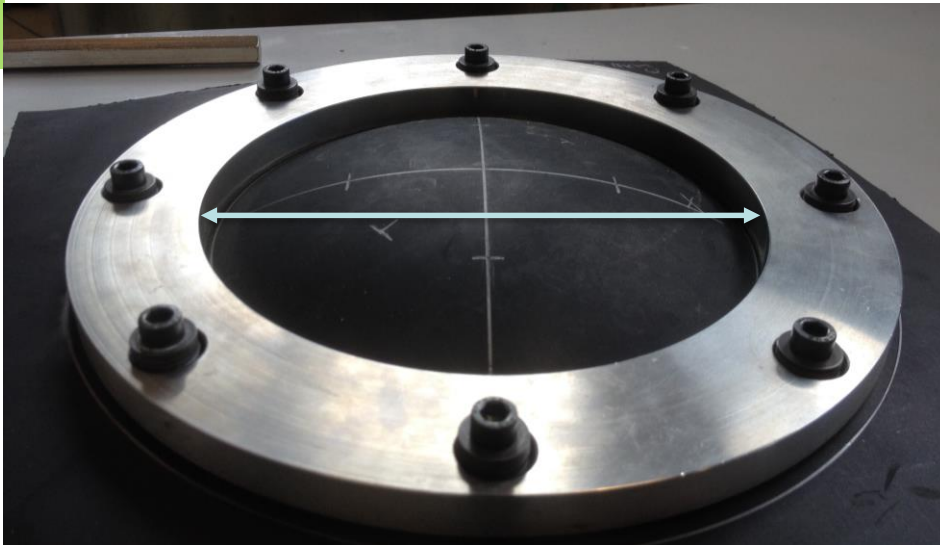
PROTOTYP-DEFORMATIONEN



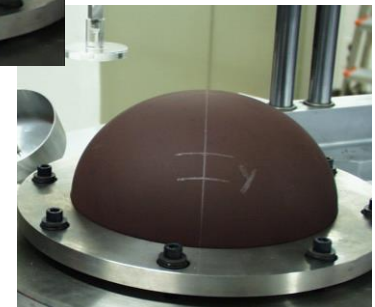
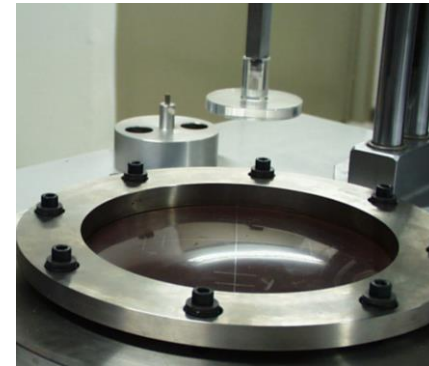
Prototyp 1: „1ax-Zug“



Prototyp 3:
„pure shear“



Prototyp 2: „biax-Zug“



Prof. Dr.-Ing. habil. **Herbert Baaser**
„Engineering Mechanics & Finite Element Methods“

Dept. 2 – Mech. Eng.
Berlinstr. 109
55411 Bingen am Rhein, Germany

TU Darmstadt
FB13 - Solid Mechanics
64287 Darmstadt

Fon + 49 6721 409 132
H.Baaser@TH-Bingen.de



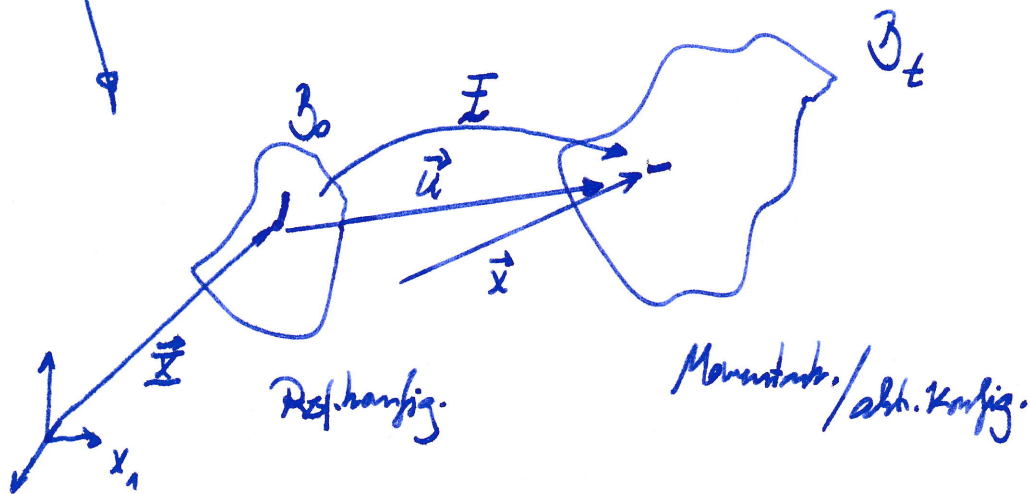
Deformationskinematik

λ -Stretching = $\frac{l}{l_0}$

Hencky-Dehnung $\epsilon = \ln \lambda$

techn. Dehnung $\epsilon = \lambda - 1 = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0}$

$dx = \lambda dX$



$\vec{x} = \vec{X} + \vec{u}$ Def. grad.: $\underline{\underline{F}} := \frac{\partial \vec{x}}{\partial \vec{X}}$

Eigenschaften: $\underline{\underline{J}} := \det \underline{\underline{F}} > 0$ mit $\underline{\underline{J}} = \frac{dv}{dV}$

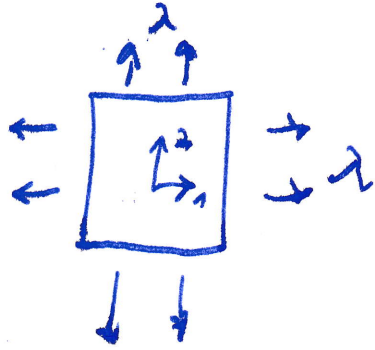
$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{U}} = \underline{\underline{v}} \cdot \underline{\underline{R}}$ mit $\underline{\underline{R}}^T \cdot \underline{\underline{R}} = \underline{\underline{I}}$, $\det \underline{\underline{R}} = 1$
 „polarer Zerlegung“

Bsp: 1. „1ax-Zug“

$$\underline{\underline{F}}_{1ax} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1/\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1/\lambda \end{bmatrix}$$

$\det \underline{\underline{F}} = 1$

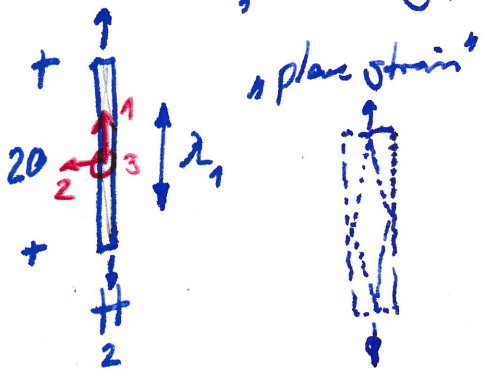
2. „biax-2n“



$$\tilde{F}_{\text{biax}} = \begin{bmatrix} \lambda & & \\ & \lambda & \\ & & \frac{1}{\lambda^2} \end{bmatrix} \quad \text{„Prototyp 2“}$$

$$J \equiv 1$$

3. „pure shear“ (reine Scherung)



$$\tilde{F}_{\text{RS}} = \begin{bmatrix} \lambda & & \\ & \frac{1}{\lambda} & \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

4. „simple shear“ (einfache Scherung)

$$\tilde{F}_{\text{RS}} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{mit } \gamma := \tan \alpha$$

$$\tilde{F}^T \cdot \tilde{F} =: \tilde{C} = (\tilde{R} \cdot \tilde{U})^T \cdot (\tilde{R} \cdot \tilde{U}) = \underbrace{\tilde{U}^T \cdot \tilde{R}^T \cdot \tilde{R}}_{\tilde{I}} \cdot \tilde{U} = \tilde{U}^T \cdot \tilde{U}$$

$$\tilde{F} \cdot \tilde{F}^T =: \tilde{b} = \dots = \tilde{U} \cdot \tilde{U}^T$$

$$\Rightarrow \tilde{E} := \frac{1}{2} \left(\underbrace{\tilde{F}^T \cdot \tilde{F}}_{\tilde{C}} - \tilde{I} \right) \quad \text{„Dehnung bzgl. Ausgangszust.“}$$

Eigenwertzerlegung von \underline{C} bzw. \underline{b}

$$\det[\underline{C} - \mu \underline{I}] \stackrel{!}{=} 0$$

[3x3]

⇒ 3 Eigenwerte μ_1, μ_2, μ_3

3 Eigenvektoren

→ μ_1, μ_2, μ_3 reell!, weil \underline{C} symmetrisch

über „charakteristisches Polynom“:

$$1 \mu^3 - I_1 \mu^2 + I_2 \mu - I_3 = 0$$

↑
Eigenwert

↑
Koeff. = Invarianten

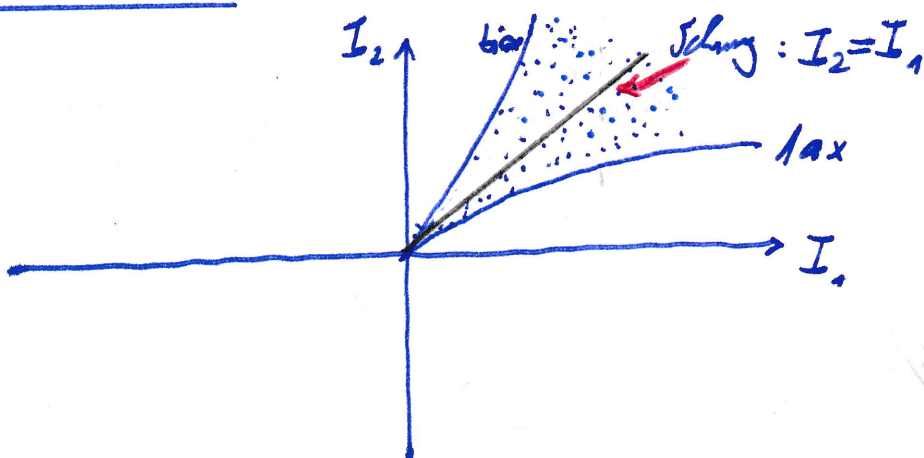
$$\Rightarrow I_1 = \text{Spur}(\underline{C}) = \text{Spur}(\underline{b}) = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$$

$$I_2 = \frac{1}{2} [(\text{Spur}(\underline{C}))^2 - \text{Spur}(\underline{C}^2)] = \text{Spur}(\underline{C}^{-1}) \det(\underline{C})$$

$$I_3 = \det(\underline{C}) = \mathcal{J}^2 = \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot \lambda_3^2$$

Invarianten-Ebene:

hier: für „Zauberstoff“ mit $\mathcal{J} = 1$



[Faint handwritten notes]

