

Gauss-Integration

Das auftretende Integral wird zuerst auf das Referenzgebiet transformiert:

$$\int_{\mathcal{B}} f(x, y) dV = \int_{\square} f(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)) \cdot \det \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \boldsymbol{\xi}} \right) d\square \quad (1)$$

Dabei transformiert die Determinante die Volumen der Elemente ineinander:

$$\frac{dV}{d\square} = \det \left(\frac{d\mathbf{x}}{d\boldsymbol{\xi}} \right) \Rightarrow dV = \det \left(\frac{d\mathbf{x}}{d\boldsymbol{\xi}} \right) d\square \quad (2)$$

Die numerische Berechnung erfolgt durch Auswerten des Integrals an diskreten Stützstellen, Multiplikation mit Wichtungsfaktoren und aufaddieren der Größen:

$$\int_{\square} f(\xi, \eta) \cdot \det \left(\frac{d\mathbf{x}}{d\boldsymbol{\xi}} \right) d\square = \sum_n^{GP} f(\xi_n, \eta_n) \det \left(\frac{d\mathbf{x}}{d\boldsymbol{\xi}_n} \right) W_n \quad (3)$$

mit $W_n =$ Gaußgewichte